Mathematischer Nachweis der Unrichtigkeit der IPCC-RF-Formel

Pfullie Pfulsk

18. September 2024

1 Die Theorie des IPCC: Der Strahlungsantrieb als Ursache für die globale Erwärmung

Der Nachweis der Wirksamkeit von CO_2 auf die Erwärmung der Erdatmosphäre wird vom IPCC prominent mit der Theorie des Strahlungsantriebs erklärt (Myhre und Shindell, 2014; Ramaswamy, 2001; Shine et al., 2024). Diese Theorie geht davon aus, dass die ausgehende langwellige Strahlung in der Erdatmosphäre absorbiert wird. Die gesamte Energie entweicht also nicht ins Weltall, sondern kühlt die Erde weniger stark ab.

Das ist nicht falsch. Sogenannte klimawirksame Gase wie Wasserdampf (H_2O), Kohlendioxid (CO_2), Methan (CH_4) und Lachgas (N_2O) spielen dabei eine entscheidende Rolle - mit unterschiedlichem Wirkungspotenzial. Durch ihre Fähigkeit, langwellige Infrarotstrahlung zu absorbieren und wieder abzugeben, tragen sie zur Erwärmung der Atmosphäre bei. Wenn es auf der Erde keine Atmosphäre gäbe, würde die Durchschnittstemperatur auf der Erde bei -18° Celsius liegen. Durch die zurückgehaltene Energie jedoch beträgt die globale Mitteltemperatur der Erde etwa 15° Celsius.

Das IPCC verwendet diesen Strahlungsantrieb (Radiative Forcing, RF) als wesentliche Größe zur Quantifizierung des Einflusses der sogenannten Treibhausgase auf die Erdtemperatur. Es definiert den Strahlungsantrieb als die Änderung der Strahlungsbilanz der Erde, also der Differenz zwischen der Energie, die durch Sonnenstrahlung auf der Erde ankommt und von ihr absorbiert wird, und der Energie, die von der Erde durch Strahlung wieder in den Weltraum abgegeben wird (Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), 2021). Ein positiver Strahlungsantrieb bedeutet, dass mehr Energie in das System eintritt als es verlässt, was zu einer Erwärmung führt (Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), 2013). Diese Änderung des Energieflusses in das Klimasystem der Erde wird vom IPCC in W/m^2 angegeben.

Vereinfacht ausgedrückt: Je mehr Energie von der Atmosphäre absorbiert und nicht in den Weltraum abgestrahlt wird, desto mehr Energie trifft wieder auf die Erdoberfläche und führt zu einer Erwärmung der Erdoberfläche. Das IPCC macht keine genauen Angaben darüber, um wie viel Grad Celsius sich die Erde erwärmt, wenn ein zusätzliches Watt pro Quadratmeter Erdoberfläche auf die Erdoberfläche trifft. Der Wert dieser sogenannten Klimasensitivität wird lediglich geschätzt - typischerweise auf etwa 0,5 bis 1,0 °C pro W/m² (NASA Earth Observatory, 2019; National Center for Atmospheric Research (NCAR), 2018). Es ist wichtig zu beachten, dass selbst das IPCC einräumt, dass diese Schätzung mit Unsicherheiten behaftet ist, da die genaue Klimasensitivität der Erde beispielsweise durch Rückkopplungsmechanismen (z.B. Wasserdampf, Wolkenbedeckung) variieren kann.

Was das IPCC jedoch genau angibt, ist eine Formel für den Zusammenhang zwischen CO_2 und Strahlungsantrieb. Diese Formel berechnet, wie viel W/m² zusätzlicher Strahlungsantrieb erzeugt wird, wenn zusätzliches CO_2 in die Atmosphäre gelangt. So gibt das IPCC an, dass seit Beginn der industriellen Revolution die CO_2 -Konzentrationen von etwa 280 ppm auf über 400 ppm angestiegen sind, was zu einem erheblichen Strahlungsantrieb von über 2 W/m² geführt hat (Myhre et al., 2013; Solomon et al., 2007).

Die offizielle IPCC-Formel zur Berechnung des Strahlungsantriebs durch CO_2 lautet

$$RF = 5.35 \cdot \ln\left(\frac{C}{C_0}\right) \tag{1}$$

Dabei ist C die heutige CO_2-Konzentration und C_0 die vorindustrielle CO_2-Konzentration (280 ppm). Diese Formel wurde entwickelt, um den logarithmischen Zusammenhang zwischen CO_2-Konzentration und Strahlungsantrieb zu beschreiben (Myhre et al., 1998). Die Herleitung dieser Formel basiert auf umfangreichen theoretischen und empirischen Studien, in denen die strahlungsphysikalischen Eigenschaften von CO_2 und seine Auswirkungen auf die Atmosphäre untersucht wurden (Houghton, 2001; Lacis et al., 2010). Die Konstante 5.35 in der IPCC-Formel stammt aus Arbeiten, die die Strahlungstransfergleichungen unter Berücksichtigung der spektralen Absorption und Emission von CO_2 lösen. Insbesondere Myhre et al. haben diese Konstante anhand von Modellrechnungen und Beobachtungsdaten kalibriert, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit den gemessenen Strahlungsantrieben zu erreichen (Myhre et al., 1998).

Diese Formel birgt ein gewisses Bedrohungspotenzial (vgl. Abb. 1). Eine Erhöhung der CO_2-Konzentration führt zu einem zusätzlichen Strahlungsantrieb um mehrere W/m² und damit - je nach Klimasensitivität - zu einem mehr oder weniger starken Anstieg der Erdtemperatur - so das IPCC. Diese Annahme ist weit verbreitet und wird in vielen Klimamodellen verwendet, um zukünftige Klimaänderungen aufgrund anthropogener CO_2-Emissionen abzuschätzen.

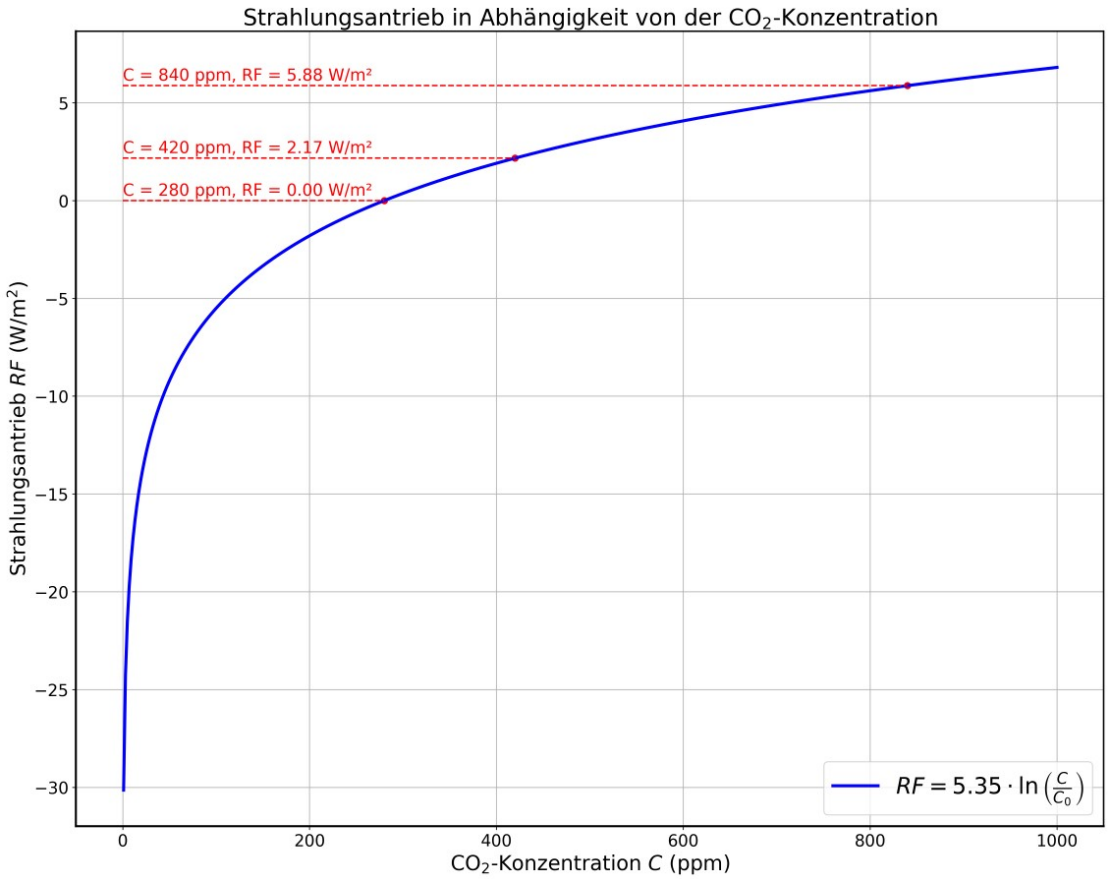

Abbildung 1: Grafische Darstelung der IPCC-RF-Formel

Sie kann jedoch nicht korrekt sein, was sich mit einfachen naturwissenschaftlichen Formeln und Größen leicht nachweisen lässt. Dazu benötigt man nur

- den korrekten Absorptionsquerschnitt von CO_2
- die entsprechenden Formeln für die Absorption elektromagnetischer Strahlung in einem Medium und
- die Vergleichsdaten des IPCC

2 Der Absorptionsquerschnitt von CO2

Zum besseren Verständnis des Nachweises ist es sinnvoll, kurz auf das Thema Absorption und insbesondere auf das Absorptionsvermögen von CO_2 einzugehen.

Die Absorption der emittierten langwelligen Strahlung (Infrarotstrahlung) durch die CO_2-Moleküle ist ein zentraler Prozess des Treibhauseffektes. Dieser Prozess beruht auf physikalischen Wechselwirkungen zwischen elektromagnetischer Strahlung und den Molekülen in der Atmosphäre. Die Erde empfängt und absorbiert kurzwellige Sonnenstrahlung (hauptsächlich im sichtbaren und nahen Infrarotbereich) von der Sonne. Ein Teil dieser Energie wird von der Erdoberfläche als langwellige Infrarotstrahlung (mit Wellenlängen zwischen 4 und $100\mu m$) wieder abgestrahlt. Diese Strahlung wird als *ausgehende langwellige Strahlung* (outgoing longwave radiation, OLR) bezeichnet.

Insbesondere die dreiatomigen Moleküle in der Erdatmosphäre haben spezifische Schwingungsübergänge, die bei bestimmten Frequenzen der langwelligen elektromagnetischen Strahlung resonieren. Die Absorption langwelliger Strahlung durch CO_2 erfolgt hauptsächlich im mittleren Infrarotbereich, insbesondere bei Wellenlängen um

- 4,3 µm (entspricht hohen Schwingungsformen)
- 15 µm (entspricht dem stärksten Schwingungsübergang des CO_2-Moleküls, der so genannten "Biegeschwingung") (Houghton, 2001).

Für die Betrachtung der Formel zur Berechnung der zusätzlichen RF ist vor allem der Bereich um 15 µm entscheidend, da dieser Bereich den größten Beitrag zur Absorption der emittierten langwelligen Infrarotstrahlung (IR) durch CO_2 in der Erdatmosphäre liefert. Dies hängt mit den Schwingungsmoden des CO_2-Moleküls und der Schwarzkörperstrahlung der Erdoberfläche zusammen. Die Erde emittiert als Folge ihrer Erwärmung durch die Sonne langwellige Infrarotstrahlung, typischerweise im Bereich von 5 bis 50 µm (mit einem Maximum bei etwa 10 µm). Der Wirkbereich von CO_2 um 15 µm (mit einem Wirkungsband von etwa 12,5 µm bis 18 µm) ist dabei besonders wichtig, da die Erdoberfläche mit ihrer typischen Temperatur von etwa 288 K in diesem Bereich viel Strahlung emittiert. Auch im Bereich um 4,3 µm (mit einem Wirkungsband von ca. 4,2 µm bis 4,4 µm) wird Energie von CO_2 absorbiert, allerdings liegt diese Wellenlänge im Bereich des kurzwelligen Infrarots (etwas unterhalb des sichtbaren Lichts). Die Erde strahlt jedoch bei 288 K viel weniger Energie bei 4,3 µm ab, da dieser Bereich im hochenergetischen Teil der Schwarzkörperstrahlung liegt, der eher für viel heißere Objekte (wie die Sonne) typisch ist. Die in diesem Bereich abgestrahlte Energie beträgt weniger als 1% der im 15 µm Wirkungsband abgestrahlten Energie und wird daher im folgenden Nachweis vernachlässigt.

Nach der Absorption gibt es im Wesentlichen zwei Möglichkeiten, wie das CO_2-Molekül die angeregte Energie wieder abgeben kann:

- Die Wärmeabgabe erfolgt durch Zusammenstöße. In der unteren Atmosphäre, in der die Dichte der Gasmoleküle relativ hoch ist, erfolgt die Abgabe der aufgenommenen Energie durch Zusammenstöße des CO_2-Moleküls mit anderen Molekülen, beispielsweise mit Stickstoff und Sauerstoff, in Form von Wärme. Dies resultiert in einer Erwärmung der Luft.
- Reemission von Infrarotstrahlung: Das CO_2-Molekül kann die aufgenommene Energie auch in Form eines neuen Infrarot-Photons abgeben. Die Reemission erfolgt in alle Richtungen, wobei 50% der Energie nach oben und 50% nach unten abgegeben werden. Dieser Prozess führt zu einer Erwärmung der Erdoberfläche und der unteren Atmosphäre, da die zurückgestrahlte Strahlung von der Erde wieder absorbiert wird.

In der unteren Atmosphäre (hoher Druck, viele Kollisionen) dominiert der kollisionsbedingte Energieaustausch. Das Wahrscheinlichkeitsverhältnis ist hier stark zugunsten der Kollisionen verschoben, so dass die Wärmeabgabe durch Kollisionen in der Troposphäre wesentlich wahrscheinlicher ist als die Reemission. In typischen Situationen liegt das Verhältnis oft bei etwa 99:1 oder noch stärker zugunsten der Kollisionen.

Um die Absorption der langwelligen Strahlung im Wirkungsband um 15 µm zu ermitteln, ist die Definition des Begriffs *Absorbtionsquerschnitt* erforderlich. Der Absorptionsquerschnitt eines Moleküls, wie beispielsweise von Kohlendioxid (CO_2), beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Molekül Photonen (Lichtteilchen) einer bestimmten Wellenlänge absorbiert. Er stellt somit ein Maß für die Wirksamkeit eines Moleküls dar, elektromagnetische Strahlung bei einer bestimmten Frequenz zu absorbieren.

Im Kontext der Erforschung des Treibhausgases Kohlenstoffdioxid (CO_2) ist der Absorptionsquerschnitt von besonderem Interesse, da er beschreibt, wie CO_2-Moleküle bestimmte Wellenlängen von Infrarotstrahlung absorbieren. Der Absorptionsquerschnitt wird in der Regel in Quadratmetern (m^2) angegeben, wobei häufig eine Kombination mit der Anzahl der Moleküle (pro Molekül) erfolgt.

Besonders effektiv absorbiert CO_2 Infrarotstrahlung in bestimmten Spektralbereichen, etwa bei Wellenlängen um 15 Mikrometer ($15\mu m$), wo CO_2 starke Absorptionslinien aufweist. Es sei jedoch angemerkt, dass auch innerhalb dieses Wirkungsbereichs die Absorptionswahrscheinlichkeit je nach Wellenlänge starken Schwankungen unterliegt. In stark vereinfachter Darstellung lässt sich sagen, dass ein CO_2-Molekül für elektromagnetische Wellen unterschiedlicher Wellenlänge eine unterschiedliche "Größe" aufweist. Der effektive Absorptionsquerschnitt von CO_2 ist zudem von weiteren Faktoren abhängig, darunter:

- Die Konzentration spielt eine maßgebende Rolle für den Absorptionsquerschnitt, da sich Moleküle in hoher Dichte gegenseitig beeinflussen können, was zu einer Verschiebung der Position und Form der Absorptionslinien führt.
- Der Temperatur kommt ebenfalls eine bedeutsame Bedeutung zu, da bei höheren Temperaturen eine größere Anzahl an Molekülen in angeregten Zuständen vorliegt. Dies führt zur Aktivierung zusätzlicher Absorptionslinien oder Rotationsübergänge.
- Auch der Umgebungsdruck hat einen maßgeblichen Einfluss auf die Absorption. Bei höheren Drücken vergrößert sich der Bereich der Frequenzen, bei denen Absorption stattfindet, während sich gleichzeitig die maximale Absorption bei der Resonanzfrequenz verringert.

Folglich kann kein exakter einzelner Wert für den Absorptionsquerschnitt angegeben werden. In der Literatur werden unterschiedliche Größen genannt, die alle im Bereich von 10^{-20} bis $10^{-22} m^2$ pro Molekül im infraroten Spektralbereich, abhängig von der Wellenlänge, liegen:

- Bereits 1861 berichtete Tyndall über Absorptionsquerschnitte im Bereich 10^{-22} bis 10^{-20} m^2/Molekül (Tyndall, 1861).
- Myhre et al. (1998) berichten von Absorptionsquerschnitten im Bereich von 1.5×10^{-22} m^2/Molekül bei Wellenzahlen um 667 cm^{-1} (Myhre et al., 1998).
- Die Arbeit von Perrin und Hartmann (1989) beschreibt Absorptionsquerschnitte für CO_2 im Bereich von 1.3×10^{-22} m^2/Molekül Perrin und Hartmann, 1989.
- Goody und Yung (1989) berichten über Werte im Bereich von 10^{-22} bis 10^{-21} m^2/Molekül (Goody und Yung, 1989). Pinnock et al. (1995), Mlawer et al. (2000) Yang et al. (2000) und Pierrehumbert (2010) geben ähnliche Größenordnungen an (Mlawer et al., 2000; Pierrehumbert, 2010; Pinnock et al., 1995; Yang et al., 2000).
- Rothman et al. (2013) bzw. Gordon et al. (2022) geben in der HITRAN-Datenbank Absorptionsquerschnitte für CO_2 an, die im Bereich von 1×10^{-22} bis 2×10^{-22} m^2/Molekül liegen (Gordon et al., 2022; Rothman et al., 2013).

Die HITRAN-Datenbank (Gordon et al., 2022) stellt die beste verfügbare Quelle für die Quantifizierung des Absorptionsquerschnitts von CO_2 dar. Der Name HITRAN steht für *HIgh-resolution TRANsmission* und bezeichnet eine Sammlung von Daten, die für die Analyse der Interaktion von Molekülen mit Licht, insbesondere im Bereich der Infrarot- und Mikrowellenstrahlung, von essenzieller Bedeutung sind. Die Verantwortung für den Betrieb der Datenbank obliegt dem Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics (CfA). Die Datenbank unterliegt einer kontinuierlichen Aktualisierung und Pflege, um den neues-

ten wissenschaftlichen Erkenntnissen und Messungen Rechnung zu tragen. Im Wirkungsband um $15\mu m$ stellt die HITRAN-Datenbank lückenlose Werte bereit.

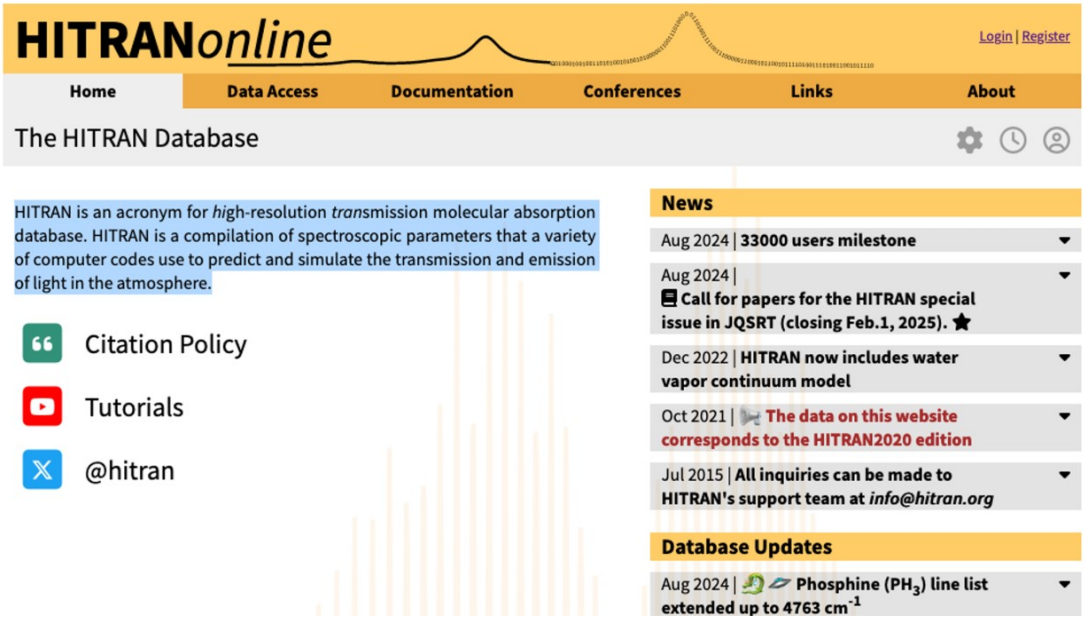

Abbildung 2: Startseite der HITRAN-Datenbank

Für die exakte Bestimmung des Absorptionsquerschnitts von CO_2 in Abhängigkeit von Wellenlänge, Konzentration, Temperatur und Druck sind im Wesentlichen spektrale Linienprofile erforderlich, welche detaillierte Informationen zu den Wellenlängen, Intensitäten, Breiten und weiteren Eigenschaften der Absorptions- und Emissionslinien von Molekülen liefern. Die HITRAN-Datenbank stellt für Wissenschaftler, die sich mit atmosphärischer Forschung, Klimamodellierung und Fernerkundung befassen, ein essenzielles Arbeitsinstrument dar (Abb. 2 und 3).

Die Berechnung der wellenabhängigen Absorptionsquerschnitte erfordert die Kenntnis der Linienintensitäten σ. Diese Größe gibt das Ausmaß an, in dem ein bestimmtes Molekül Licht bei einer bestimmten Frequenz absorbiert. Die Größe ist direkt proportional zur Menge der absorbierten Strahlung und wird häufig in Einheiten wie $cm^{-1} \cdot molecule^{-1} \cdot cm^{-2}$ angegeben. Des Weiteren ist die Halbwertsbreite der Linie (auch als λ, FWHM, Full Width at Half Maximum bezeichnet) von Bedeutung, welche die Breite der Linie beschreibt. Schließlich ist die Frequenz der Linienmitte (auch als Resonanzfrequenz bezeichnet) eine wichtige Größe.

Die Anzahl der Resonanzfrequenzen von Kohlenstoffdioxid ist signifikant hoch. Die Wahrscheinlichkeit für die Absorption elektromagnetischer Strahlung mit einer definierten Wellenlinie wird über die gesamte Bandbreite mithilfe von Lorenz-Profilen angegeben. Das Lorentz-Profil stellt eine mathematische Funktion dar, welche dazu dient, die Form von

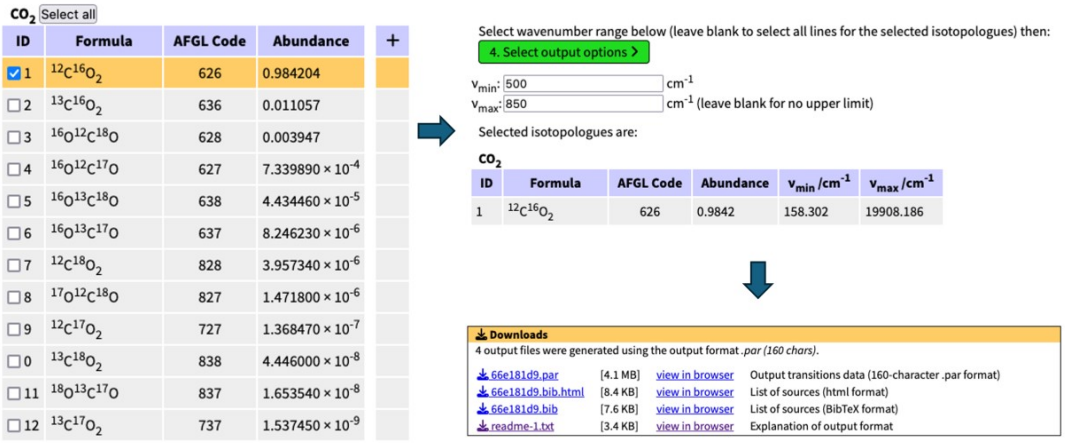

Abbildung 3: Auswahl der benötigten Größen für die Berechnung des Absorptionsquerschnittes

Parameter	Units	Err	Ref
Global isotopologue ID			
Molecule ID			
ν	cm^{-1}	✓	✓
S	$cm^{-1}/(molec \cdot cm^{-2})$	✓	✓
γ_{self}	$cm^{-1} \cdot atm^{-1}$	✓	✓

$$\sigma(\nu) = S \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\gamma/2}\right)^2}$$

Abbildung 4: Auswahl von ν, σ und λ in der HITRAN-DB; Formel zur Berechnung einer Lorentz-Kurve für eine definierte Wellenlänge

Linien in Spektren zu beschreiben. Hierbei findet insbesondere die Breite und Form von Absorptions- oder Emissionslinien Berücksichtigung. In der Spektroskopie findet das Lorentz-Profil häufig Anwendung, um die Verteilung der Intensität in der Nähe der Linienmitte zu modellieren. Insbesondere bei der Bestimmung der Linienbreite durch Wechselwirkungen wie Druck- oder Stark-Effekte erweist sich das Lorentz-Profil als nützliche mathematische Funktion. Abb. 4 zeigt die benötigten Größen in der HITRAN-Darstellung und die Formel zur Berechnung des wellenabhängigen Absorptionsquerschnittes für ein einzelnes Lorentz-Profil.

Im vorliegenden Kontext sind beispielsweise für den Bereich von $14.93 - 14.88 \mu m$ folgende Absorptionslinien verzeichnet (Abb. 5):

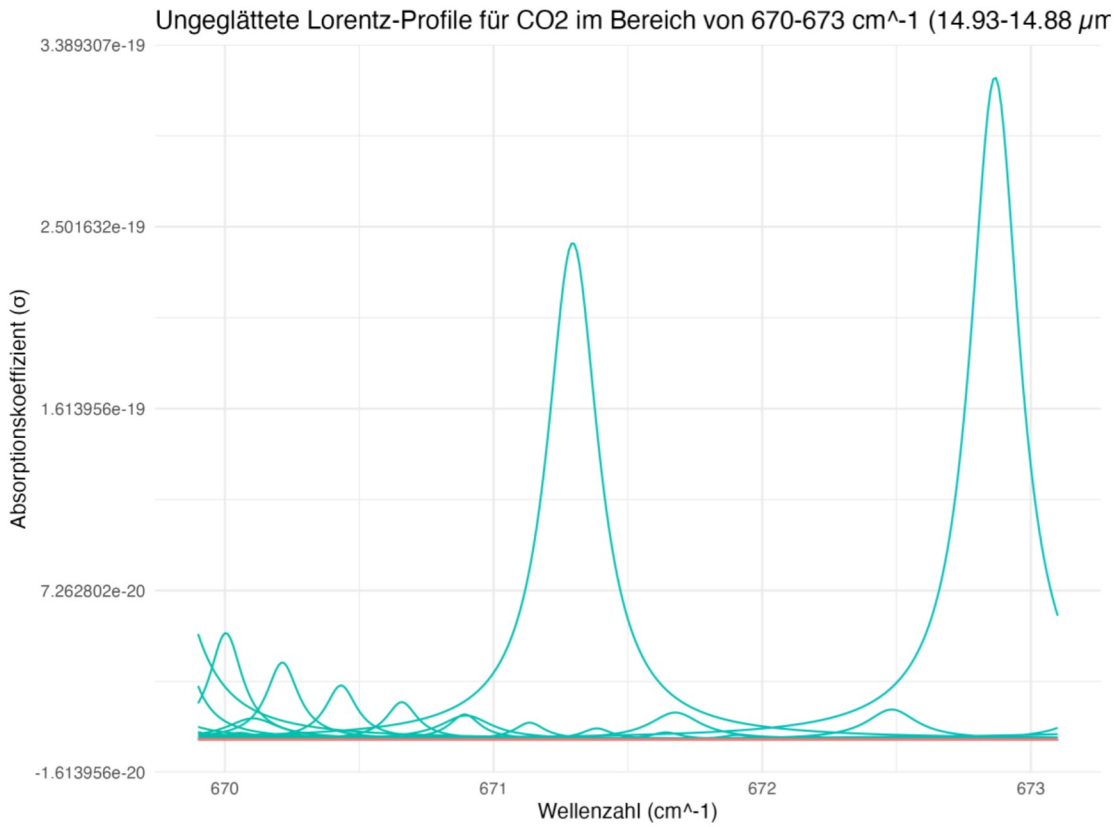

Abbildung 5: Ungeglättete Lotentz-Profile im Bereich von $14.93 - 14.88 \mu m$

Die Addition der Lorenzkurven erlaubt die Ermittlung der Absorptionswahrscheinlichkeit für jede definierte Wellenlänge. Es zeigt sich eine signifikante Schwankung der Absorptionswahrscheinlichkeit zwischen den verschiedenen Wellenlängen. In einigen Fällen ist die Absorptionswahrscheinlichkeit von einer äußerst geringen Höhe, während sie in anderen Fällen eine signifikant höhere Ausprägung aufweist.

Eine starke Glättung der summierten Absorptionslinien resultiert in folgenden wellenlängen- und konzentrationsabhängigen Absorptionsquerschnitten (Abb. 6).

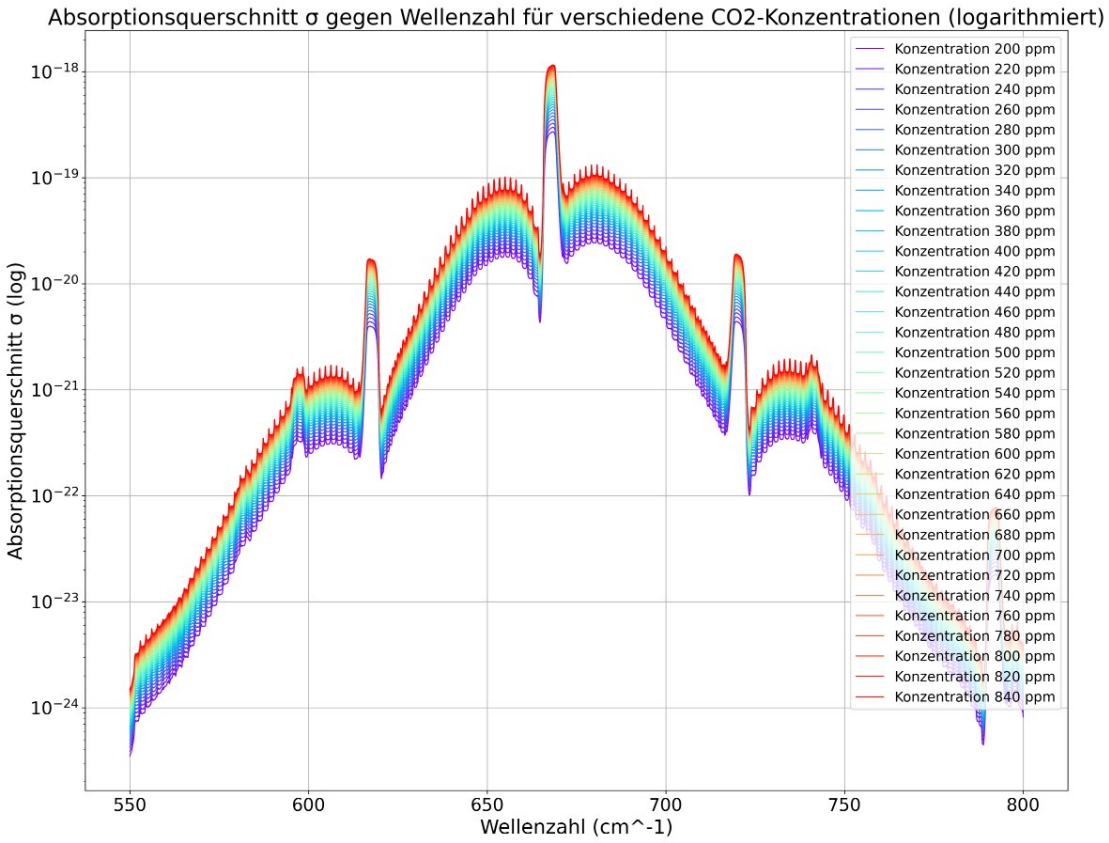

Abbildung 6: Absorptionsquerschnitt σ gegen Wellenzahl für verschiedene CO_2-Konzentrationen (logarithmiert)

Eine grafische Darstellung des wellenlängenabhängigen Absorptionsquerschnitts ohne vorherige Glättung der summierten Absorptionslinien bringt relativ wenig Gewinn, da die resultierende Kurve eine zu hohe Komplexität aufweist. Die Absorptionsquerschnitte nahe zusammenliegender Wellenlängen sind durchaus sehr unterschiedlich, da die Absorptionslinien von CO_2 je nach Wellenlänge sehr unterschiedlich ausfallen (Abb. 7). EIn Weiterrechnen mir den präzisen, ungeglätteten Daten ist jedoch sinnvoll; schließlich erreichen auch moderne Spektrometer in der Praxis eine Auflösung im Bereich von wenigen Pikometern bis Sub-Pikometern, was eine Messgenauigkeit von Wellenlängen auf $0.001\mu m$ ermöglicht.

Es kann festgehalten werden, dass der Absorptionsquerschnitt von CO_2 im Wirkungsband von $12.5-18\mu m$ zwischen 10^{-24} und $10^{-18}m^2$ liegt. Bei einer Zunahme der Konzentration (von 200 ppm bis 840 ppm) erfolgt ein Zuwachs des Absorptionsquerschnitts um ca. eine halbe Größenordnung über das komplette Wirkungsband hinweg.

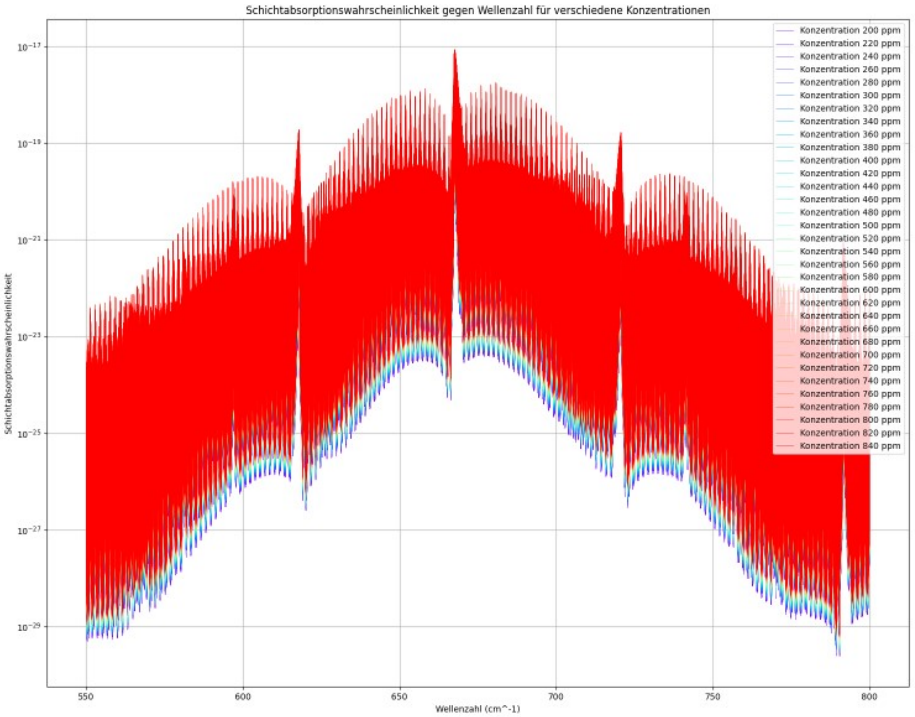

Abbildung 7: Absorptionsquerschnitt σ gegen Wellenzahl für verschiedene CO_2-Konzentrationen (logarithmiert, ungeglättet)

3 Ermittlung der Rohwerte der IPCC-RF-Formel mit Hilfe von MODTRAN

Eine Berechnung des Absorptionsquerschnitts der vom IPCC zur Verfügung gestellten Daten führt jedoch zu gänzlich anderen Ergebnissen. Zu diesem Zweck sind jedoch die konzentrations- und wellenabhängigen Absorptions-Rohdaten erforderlich, welche vom IPCC für seine Modelle verwendet werden. Die entsprechenden Daten werden im Rahmen des MODTRAN-Projekts zur Verfügung gestellt.

MODTRAN (MODerate resolution atmospheric TRANsmission) ist ein computergestütztes Werkzeug, das in der Atmosphärenforschung weit verbreitet ist, um die Transmission, Emission und Streuung von Strahlung in der Atmosphäre zu modellieren (Abb. 8). Die Durchlässigkeit der Atmosphäre wird simuliert, sodass die Berechnung von Strahlungsflüssen möglich ist, welche für die Klimaforschung und die Fernerkundung von großer

Bedeutung sind (vgl. Berk et al., 1987, S. 11). MODTRAN wurde ursprünglich von der US Air Force entwickelt und wird seitdem kontinuierlich verbessert und aktualisiert. Das Modell berücksichtigt eine Vielzahl atmosphärischer Parameter, einschließlich Temperaturprofile, Feuchtigkeitsverteilungen und die Konzentrationen verschiedener Spurengase. Diese Parameter sind von entscheidender Bedeutung für die Berechnung der Strahlungstransporteigenschaften der Atmosphäre (vgl. Anderson et al., 2000, S. 100).

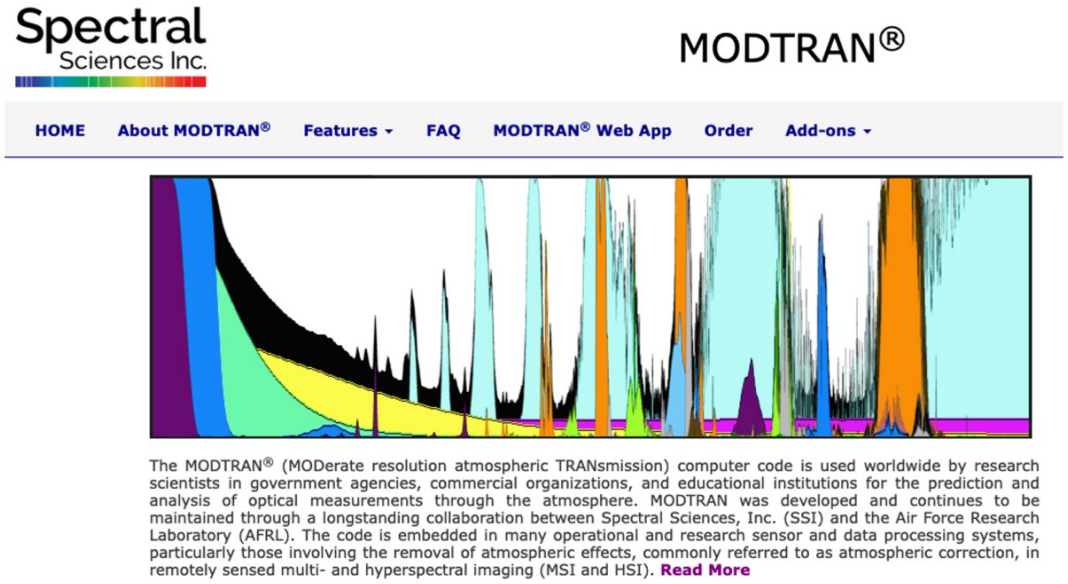

Abbildung 8: MODTRAN-Startseite

Im Rahmen der vorliegenden Analyse wurden die konzentrations- und wellenabhängigen Absorptions-Rohdaten aus dem MODTRAN-Webmodul exportiert. Das Webmodul erlaubt die Eingabe diverser Parameter, beispielsweise der CO_2-Konzentration, des Wellenbereichs oder der Höhe der Luftsäule. Für jede Wellenzahl wird die absorbierte langwellige Strahlung in Watt pro Quadratmeter angezeigt. Die in diesem Wellenbereich emittierte langwellige Strahlung (analog zu einem 97-prozentigen Schwarzstrahler nach dem Plank'schen Strahlungsgesetz bei einer Temperatur von 294,2 K) ist sowohl als Grafik als auch als Rohdaten (im mitgelieferten JavaScript) verfügbar.

Um die konzentrations- und wellenabhängigen Rohdaten der in der Höhe h nach der Absorption in der Atmosphäre ankommenden langwelligen Strahlungen zu erhalten, müssen zunächst unterschiedliche CO_2-Konzentrationen in das Interface eingegeben werden, wobei die Höhe der Atmosphäre ausgewählt werden kann (Abb. 9). Alle übrigen Parameter sollten dabei konstant gehalten werden. Diese Vorgehensweise wird für eine Vielzahl von CO_2-Konzentrationen wiederholt (Resultierende Beispielgrafiken: Siehe Abb. 10).

Aus den Rohdaten wird eine Datentabelle erstellt, welche die unterschiedlichen Wellen-

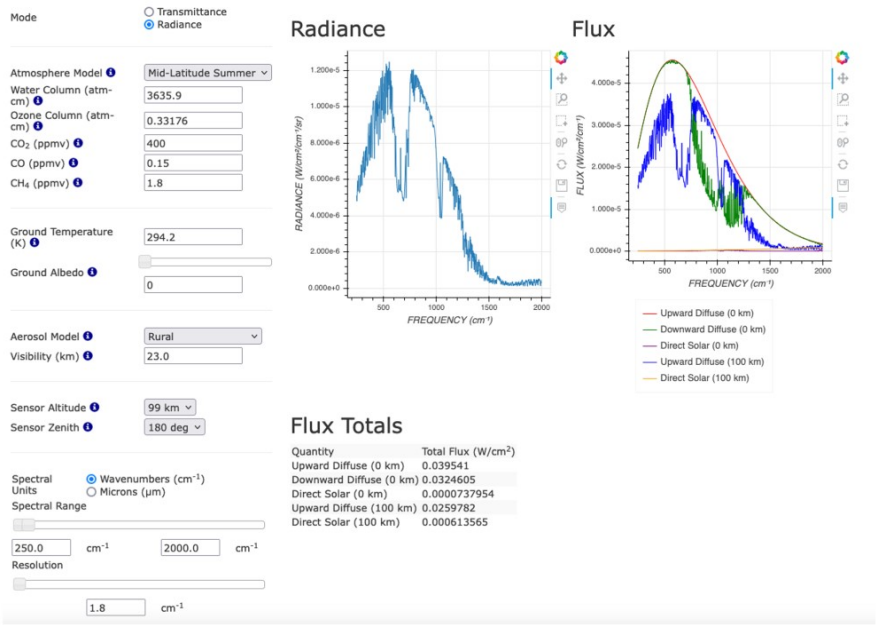

Abbildung 9: Interface der MODTRAN-Simulation

längen in Spalten und die verschiedenen Konzentrationen in Reihen aufweist. Dadurch lässt sich für jede Wellenlänge und Konzentration der Wert der in der Höhe h (hier das MODTRAN-Maximum von $100km$) noch ankommenden langwelligen Strahlung ermitteln.

Aus der vorliegenden Datentabelle wird nun eine analoge Tabelle erstellt, welche die Absorption von Energie für spezifische Wellenlängen und Konzentrationen in der Atmosphäre darstellt. Die Berechnung der ausgehenden langwelligen Strahlung erfolgt gemäß der Methode von Modtran als anteilige spektrale Strahldichte eines typischen Schwarzstrahlers in $W/m^2/m^-1/sr$. Die Planck'sche Konstante, die Lichtgeschwindigkeit sowie die Boltzmann-Konstante wurden zur Berechnung herangezogen. Die Berechnung erfolgte gemäß folgender Formel (mit T=294,2 K wie von MODTRAN vorgegeben):

$$B(\lambda, T) = 0.97 \cdot \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \tag{2}$$

Im Folgenden ist der Nachweis zu erbringen, dass die aus MODTRAN exportierten Absorptions-Rohdaten der RF-Formel des IPCC gehorchen.

Adaptionsschleifen führten zu dem Ergebnis, dass MODTRAN von einem Schwarzstrahler mit einer Strahlungsleistung von 97% ausgeht, was im Rahmen der in der Literatur

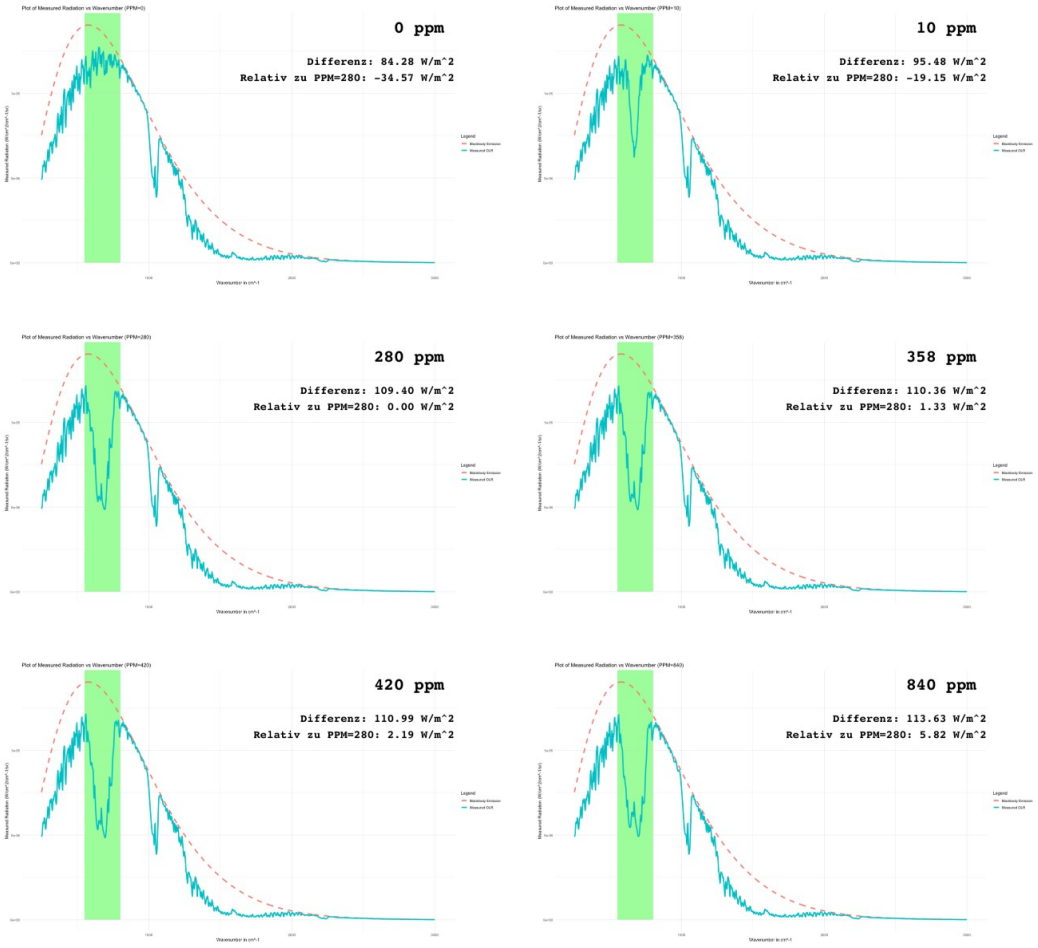

Abbildung 10: 6 Beispielgrafiken der von MODTRAN simulierten Absorption durch CO_2 im Bereich $12.5 - 18\mu m$.

angegebenen Werte liegt (Ramanathan und Vogelmann, 1997). Die in einer Luftsäule absorbierte Energie gemäß IPCC/MODTRAN lässt sich nun aus der Differenz der bei dieser Frequenz von der Erde emittierten langwelligen Strahlung und der bei der gewählten Höhe modellierten Restenergie berechnen:

Emittierte langewellige Strahlung (Abb. 11, rote Kurve):

$$A_{rote\ Kurve} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda, T)\, d\lambda \tag{3}$$

Modellierte langewellige Strahlung in 100 km Höhe laut MODTRAN (Abb. 11, blaue

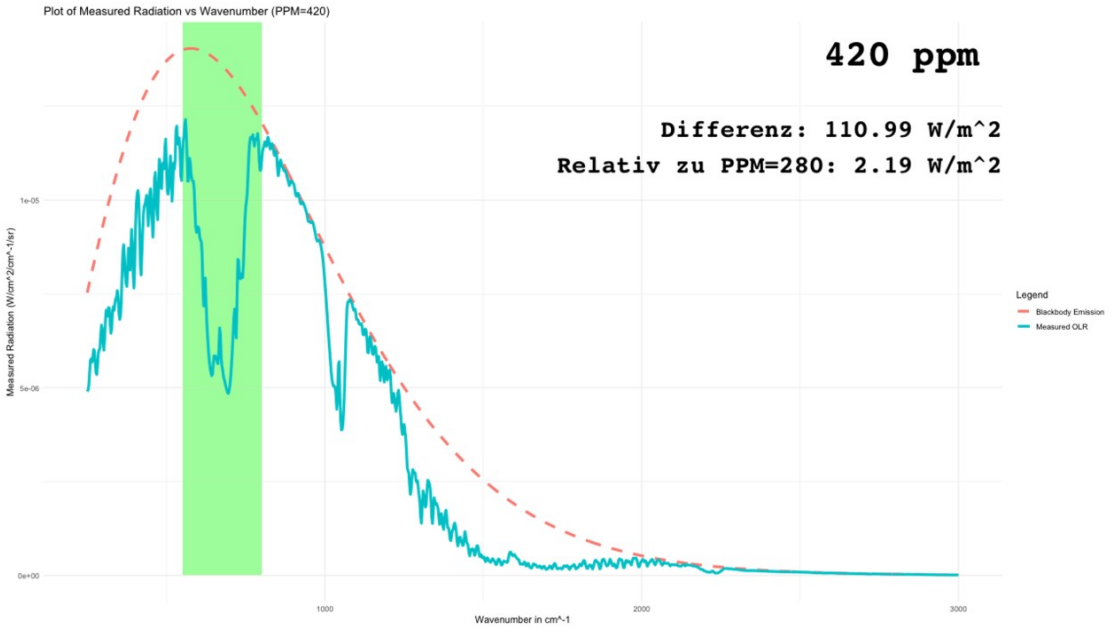

Abbildung 11: Emittierte langwellige Strahlung (rote Kurve) und modellierte messbare Strahlung in 100 km Höhe (MODTRAN, blaue Kurve)

Kurve):

Diese Fläche wurde mit Hilfe des Trapezverfahrens integriert. Das Trapezverfahren stellt eine numerische Methode zur Approximation eines Integrals dar. Der zu integrierende Bereich wird in eine Vielzahl kleiner Intervalle unterteilt, wobei die Flächen derjenigen Trapeze, die unter der Kurve liegen, summiert werden. Dazu wird wie folgt vorgegangen:

Zunächst wird der Bereich zwischen λ_1 und λ_2 in N gleich große – durch die Auflösung von MODTRAN vorgegebene – Abschnitte unterteilt. Die Schrittweite h beträgt dabei:

$$h = \frac{\lambda 2 - \lambda 1}{N} \approx 0.005 \mu m \tag{4}$$

Die Fläche unter der Kurve wird durch die Bildung von Trapezen approximiert, wobei für jedes Intervall ein Trapez geformt wird. Die Fläche eines Trapezes wird durch den Mittelwert der Funktionswerte an den Endpunkten multipliziert mit der Breite des Intervalls approximiert. Dies führt zu den folgenden Formeln:

$$A_{blaue\ Kurve} \approx \sum_{i=1}^{N} h \cdot \frac{f(\lambda_i) + f(\lambda_{i+1})}{2} \tag{5}$$

Dabei bezeichnen $f(\lambda_i)$ und $f(\lambda_{i+1})$ die Funktionswerte an den diskreten Wellenlängenpunkten, die aus der erstellten Tabelle 1 entnommen werden können.

Die Gesamtfläche wird durch die Summe aller Trapezflächen approximiert, wobei die Fläche eines jeden Trapezes durch den Mittelwert der Funktionswerte an den Endpunkten des betreffenden Intervalls und die Breite des Intervalls bestimmt wird.

In Bezug auf den absorbierten Anteil lässt sich gemäß der MODTRAN-Simulation folgende Gleichung aufstellen:

Absorption = Fläche unter roter Kurve − Fläche unter blauer Kurve

Diese Gleichung wird nun für jede von MODTRAN simulierte CO_2-Konzentration berechnet. Die Differenzleistung relativ zu 280 ppm wurde durch Subtraktion der Differenz bei 280 ppm von den übrigen Differenzen berechnet. Das Ergebnis ist die Differenzleistung relativ zu 280 ppm:

Absorption relativ zu 280 ppm = (Absorption − Absorption bei 280 ppm)

Ein Vergleich der aus den MODTRAN-Rohdaten berechneten Einzelwerte mit den Werten der IPCC-RF-Formel zeigt, dass bei Verwendung eines additiven Korrekturfaktors, welcher die theoretische Absorption über die gesamte Atmosphäre berücksichtigt (und nicht nur bis 100 km, das MODTRAN-Maximum), eine nahezu 100-prozentige Übereinstimmung erzielt wird. Dieser Korrekturfaktor führt zu einer leichten Anhebung der Einzelwerte, ohne den Verlauf zu verändern. Der nachfolgende Plot (Abb. 12) zeigt das Ergebnis.

4 Die Berechnung der zugrundeliegenden Absorptionsquerschnitte der MODTRAN-Simulation/der IPCC-RF-Formel

Um die Korrektheit der MODTRAN-Modellierung und der daraus resultierenden RF-Formel des IPCC zu verwerfen, ist als letzter Schritt die Ermittlung des zugrunde liegenden Absorptionsquerschnitts erforderlich. Da alle weiteren Parameter, darunter die Höhe der Atmosphärensäule, die emittierte langwellige Strahlung und die Wellenlänge bereits festgelegt sind, stellt dies kein Problem dar. Folglich kann die IPCC-RF-Formel als korrektes Modell der Wirklichkeit betrachtet werden, sofern die wellen- und konzentrationsabhängigen Absorptionsquerschnitte den aus der HITRAN-Datenbank ermittelten Werten entsprechen. Weichen sie davon ab, liegt ein bedeutsamer Widerspruch vor, der den Nachweis erbringt, dass die IPCC-RF-Formel nicht korrekt sein kann.

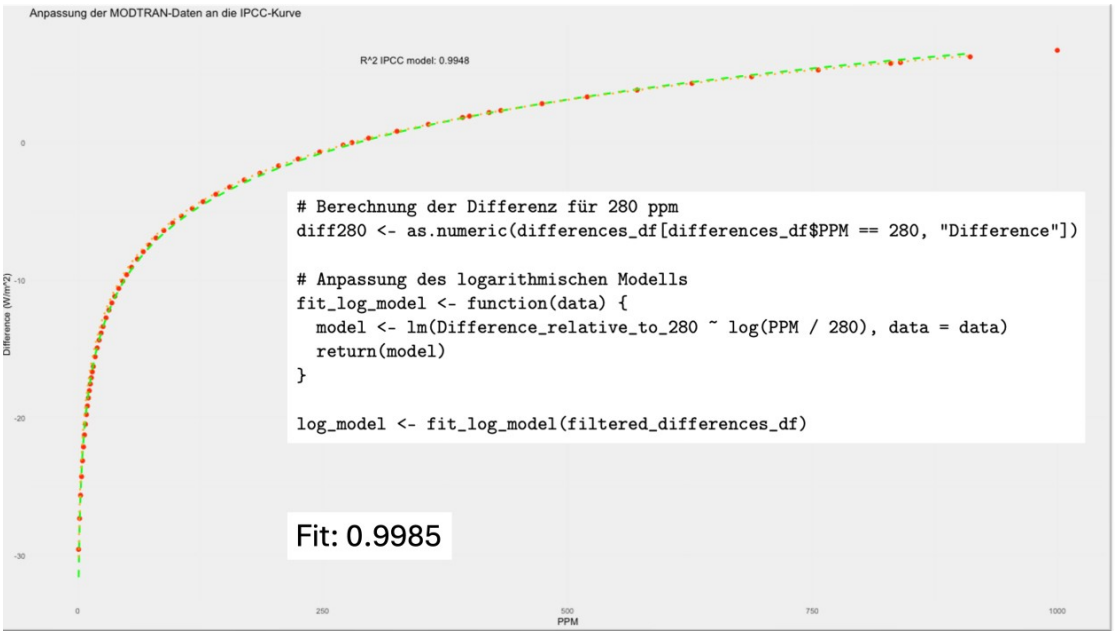

Abbildung 12: Übereinstimmung der IPCC-RF-Formel und der modellierten MODTRAN-Absorptionen

Die Wellenbereiche, die MODTRAN ausgibt, sind auf $0.05\mu m$ genau aufgelöst. Damit kann man für jeden Wellenbereich die ausgehende langwellige Strahlung I0 und die nachgewiesene Reststrahlung in z. B. 100 Kilometer Höhe mit Hilfe der Integration berechnen. Analog zu den Formeln 3 bis 5 wrd für jeden Wellenbereich der MODTRAN-Auflösung die in diesem Bereich modellierte Restenergie in 100 km Höhe ermittelt bzw. der ersten Tabelle entnommen.

$$I_0(\lambda_i) = \int_{\lambda_i}^{\lambda_{i+1}} B(\lambda, T)\, d\lambda \tag{6}$$

und

$$I(\lambda_i) = h \cdot \frac{f(\lambda_i) + f(\lambda_{i+1})}{2} \tag{7}$$

Die konzentrations- und wellenlängeabhängigen Werte $I(\lambda_i, C)$ können aus der ersten Tabelle entnommen werden. Durch Lösen der Boltzmann-Formel ($I = I_0 \cdot e^{-/sigma \cdot C \cdot l}$) nach σ und Einsetzen der entsprechenden Werte lässt sich für jede CO_2-Konzentration und jede Wellenlänge (bzw. jeden Wellenbereich) der resultierende Absorptionsquerschnitt berechnen.

$$\sigma(\lambda_i, C) = \frac{ln(I_0(\lambda_i)/I(\lambda_i))}{C \cdot l} \tag{8}$$

mit

- C = Konzentration in ppm
- l = Höhe der Athmosphärensäule

Dies führt zu folgenden konzentrations- und wellenlängenabhängigen Größen für $\sigma(\lambda_i, C)$ (Abb. 13):

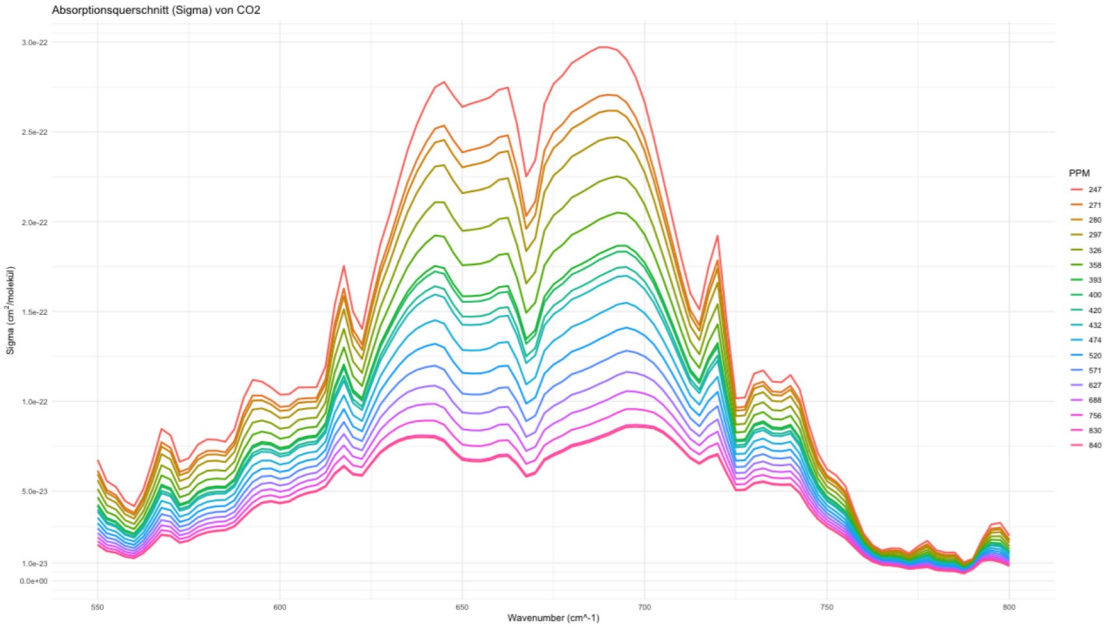

Abbildung 13: konzentrations- und wellenlängenabhängige Absorptionsquerschnitte von CO_2 gemäß der IPCC-FR-Formel / MODTRAN-Simulation

5 Fazit

Die Anwendung der IPCC-RF-Formel bzw. der MODTRAN-Simulation erfordert die implizite Annahme deutlich kleinerer Werte für den wellenlängenabhängigen CO_2-Absorptionsquerschnitt als es gemäß Berechnung der HITRAN-Daten der Fall sein sollte. Des Weiteren werden bei steigenden Konzentrationen die wellenlängenabhängigen Absorptionsquerschnitte nicht – wie korrekt – größer, sondern kleiner. In Randbereichen sowie

im Hauptwirkungsbereich von CO_2 lässt sich eine Verkleinerung von einer bis zu vier Größenordnungen nach unten beobachten. Dies lässt den Schluss zu, dass die von Myhre (1998) berechnete und seitdem nie wieder an neue Satellitendaten angepasste Formel die Wirklichkeit nicht korrekt wiedergibt.

Daher wird vorgeschlagen, unter Zuhilfenahme der HITRAN-Daten sowie der NASA-GesDisc-Daten (https://disc.gsfc.nasa.gov/; gemessene ausgehende langwellige Strahlung in 100 km Höhe) eine realistische Abschätzung der Formel im Rahmen einer Worst-Case-Betrachtung zu ermitteln. Der Autor dieser Zeilen beabsichtigt, dies zu tun.

Literatur

Anderson, G. P., Berk, A., Acharya, P., Bernstein, L. S., Muratov, L., Lee, J., Fox, M. J., Pukall, B., Adler-Golden, S. M., & Chetwynd, J. H. (2000). MODTRAN4: Radiative transfer modeling for remote sensing. *Proc. of SPIE Vol*, *4049*, 176–183.

Berk, A., Bernstein, L. S., & Robertson, D. C. (1987). MODTRAN: A moderate resolution model for LOWTRAN 7. *AFGL-TR-87-0220. Air Force Geophysics Lab.*

Goody, R., & Yung, Y. (1989). *Radiative Forcing of Climate Change* (Bd. 42). AIP Publishing.

Gordon, I. E., Rothman, L. S., Hargreaves, R. J., Hashemi, R., Karlovets, E. V., Skinner, F. M., et al. (2022). The HITRAN2020 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, *277*, 107949. https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2021.107949

Houghton, J. (2001). *The Physics of Atmospheres* (3rd). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139171069

Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). (2013). Climate Change 2013: The Physical Science Basis. https://www.ipcc.ch/report/ar5/wg1/

Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). (2021). Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. *Cambridge University Press.* https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/

Lacis, A. A., Schmidt, G. A., Rind, D., & Ruedy, R. A. (2010). The importance of carbon dioxide as a climate forcing. *Science*, *330*(6002), 356–359. https://doi.org/10.1126/science.1190653

Mlawer, E. J., Clough, S. A., Brown, P. D., Tobin, D. C., & Turner, D. D. (2000). Radiative transfer for inhomogeneous atmospheres: RRTM, a validated correlated-k model for the longwave. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *105*(D14), 17143–17160.

Myhre, G., & Shindell, D. (2014). Anthropogenic and Natural Radiative Forcing. In T. F. Stocker, D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S. K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex & P. M. Midgley (Hrsg.), *Climate Change 2013: The*

Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) (S. 659–740). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.018

Myhre, G., Highwood, E. J., Shine, K. P., & Stordal, F. (1998). New estimates of radiative forcing due to well mixed greenhouse gases. *Geophysical Research Letters*, *25*(14), 2715–2718. https://doi.org/10.1029/98GL01908

Myhre, G., Shindell, D., Bréon, F.-M., Collins, W., Fuglestvedt, J., Huang, J., Koch, D., Lamarque, J.-F., Lee, D., Mendoza, B., Nakajima, T., Robock, A., Stephens, G., Takemura, T., & Zhang, H. (2013). Anthropogenic and Natural Radiative Forcing. *In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (eds. Stocker, T.F., Qin, D., Plattner, G.-K., Tignor, M., Allen, S.K., Boschung, J., Nauels, A., Xia, Y., Bex, V., Midgley, P.M.)*, 659–740. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.018

NASA Earth Observatory. (2019). Climate Sensitivity: A Line of Evidence for Anthropogenic Climate Change. https://earthobservatory.nasa.gov/features/ClimateSensitivity

National Center for Atmospheric Research (NCAR). (2018). Understanding Climate Sensitivity. https://ncar.ucar.edu/what-we-offer/education-outreach/climate-change/climate-sensitivity

Perrin, A., & Hartmann, J.-M. (1989). Temperature dependence of absorption cross sections of atmospheric gases. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *94*(D13), 16091–16103.

Pierrehumbert, R. T. (2010). Principles of Planetary Climate.

Pinnock, S., Shine, K. P., Hurley, M. D., & Wallington, T. J. (1995). Radiative forcing of climate by hydrochlorofluorocarbons and hydrofluorocarbons. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *100*(D9), 23227–23238.

Ramanathan, V., & Vogelmann, A. M. (1997). Greenhouse effect, atmospheric solar absorption and the Earth's radiation budget: From the Arrhenius-Langley era to the 1990s. In D. A. Randall (Hrsg.), *The Atmospheric Radiation Measurement (ARM) Program: The First Science Team Meeting* (S. 125–145). U.S. Department of Energy. https://doi.org/10.2172/543363

Ramaswamy, V. (2001). Radiative Forcing of Climate Change. In J. T. Houghton, Y. Ding, D. J. Griggs, M. Noguer, P. J. van der Linden, X. Dai, K. Maskell & C. A. Johnson (Hrsg.), *Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)* (S. 349–416). Cambridge University Press. https://www.ipcc.ch/report/ar3/wg1/

Rothman, L. S., Gordon, I. E., Babikov, Y., Barbe, A., Benner, D., Bernath, P. F., Birk, M., Boudon, V., Brown, L. R., Campargue, A., et al. (2013). The HITRAN2012 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, *130*, 4–50.

Shine, K. P., Derwent, R. G., Wuebbles, D. J., Morcrette, J.-J., et al. (2024). Radiative Forcing and Climate Response [Forthcoming]. In TBD (Hrsg.), *Climate Change 2024: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Seventh Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)*. Cambridge University Press. https://www.ipcc.ch/report/ar7/wg1/

Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K. B., Tignor, M., & Miller, H. L. (2007). Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. *Cambridge University Press*. https://www.ipcc.ch/report/ar4/wg1/

Tyndall, J. (1861). On the absorption and radiation of heat by gases and vapours, and on the physical connexion of radiation, absorption, and conduction. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, *151*, 1–36.

Yang, H., Crisp, D., & Titov, D. V. (2000). CO2 absorption coefficient models for the Venus atmosphere. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, *65*(3), 321–339.